



Przykładowe zadania I

Zadanie 1

200 kg marchwi zawiera 95% wody. Po pewnym czasie przechowywania woda stanowi 90% całej masy. Ile wtedy waży marchew?

- A. 180 kg B. 220 kg C. 100 kg D. 250 kg

Zadanie 2

Na loterii znajduje się 6 losów wygrywających: jeden z wygraną 30 zł, dwa z wygraną 20 zł i trzy z wygraną 10 zł. Pozostałe cztery losy są puste. Losujemy kolejno bez zwracania dwa razy po jednym losie. Prawdopodobieństwo, że wygramy kwotę równą 30 zł wynosi

- A. $\frac{2}{10}$ B. $\frac{4}{10}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{2}{15}$

Zadanie 3

Wielomian $W(x) = (x + 2)^5 - (x + 1)^5$ zapisano w postaci

$$W(x) = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0.$$

Suma $a_5 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0$ jest równa

- A. 275 B. 0 C. 1 D. 211

Zadanie 4

Wskaż wartość parametru m , dla którego prosta $y + 2x + m = 0$ jest styczna do okręgu o równaniu $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 5$

- A. $m = 6$ B. $m = 5\sqrt{5} - 1$ C. $m = -6$ D. $m = 4$

Zadanie 5

Oblicz

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \sin \frac{5\pi}{4} + (\sqrt{2})^{-1} + \log_{\sqrt{2}} 2.$$

- A. 7 B. 11 C. 0 D. 1



Zadanie 6

Wyznacz x , jeżeli

$$49^{\frac{1}{6}} \cdot 7^{2,5} = 7^{\frac{1}{2}} \cdot 7^{-\frac{2}{3}} \cdot 49 \cdot x^{0,5}.$$

- A. 7 B. $\frac{1}{7}$ C. 1 D. 49

Zadanie 7

Rozwiąż równanie.

$$2^{x \cdot \log_2 7} \cdot 7^{x^2+x} = 1.$$

Suma pierwiastków równania jest równa

- A. 0 B. -1 C. 2 D. -2

Zadanie 8

Oblicz iloczyn rozwiązań

$$\log^2 x = \log 10x.$$

- A. 0,1 B. 10 C. 0,01 D. 1

Zadanie 9

Iloczyn pierwszego i piątego wyrazu ciągu geometrycznego jest równy 12. Iloraz drugiego wyrazu do czwartego wynosi 3. Znajdź drugi wyraz tego ciągu. Zaznacz sumę wszystkich poprawnych odpowiedzi

- A. 6 B. 12 C. 0 D. 2

Zadanie 10

W liceum przeprowadzono ankietę. Na pytanie: „Co wolisz, pizzę czy kebaba?” – większość odpowiedziała „Pizzę”, mniejszość „Kebaba”, a jedna osoba: „Trudno powiedzieć”. Następnie ustalono, że wśród miłośników kebaba 30% preferuje wołowinę, a 70% – kurczaka. Wśród miłośników pizzy zapytano, jaką dokładnie preferują. Okazało się, że 56,25% wybrało „Salami”, 37,5% – „Margaritę”, a tylko jedna osoba odpowiedziała: „Trudno powiedzieć”. Ile uczniów wzięło udział w ankiecie?

- A. powyżej 35 B. powyżej 30, ale mniej niż 35
C. powyżej 25, ale mniej niż 30 D. mniej niż 25



Zadanie 11

Rozwiąż równanie, gdzie $x \in \mathbb{N}$

$$\frac{x-1}{x^2} + \frac{x-2}{x^2} + \frac{x-3}{x^2} + \dots + \frac{1}{x^2} = \frac{7}{15}.$$

Suma rozwiązań wynosi

- A. 15 B. 0 C. 10 D. 12

Zadanie 12

Przez środek okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny ABC poprowadzono prostą równoległą do boku BC i przecinającą bok AB w punkcie D. Iloraz $\frac{|DC|}{|DB|}$ jest równy

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{3}$ C. $\sqrt{7}$ D. $\sqrt{13}$

Zadanie 13

Rozwiąż równanie $\sin x + \cos x = \frac{1}{\cos x}$. Oblicz sumę wszystkich pierwiastków równania zawartych w zbiorze $[0, 2\pi]$.

- A. $\frac{3}{2}\pi$ B. $\frac{9}{2}\pi$ C. 0 D. 3π

Zadanie 14

Dany jest ciąg o wyrazach $a_n = \frac{(n!)^2}{(2n)!}$. Granica $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ jest równa

- A. $+\infty$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. 0

Zadanie 15

Odległość między dwiema stacjami kolejowymi jest równa 48 km. Pociąg ekspresowy przebywa tę trasę w czasie o 6 minut krótszym niż pociąg pospieszny. Średnia prędkość pociągu ekspresowego jest o $16 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ większa od średniej prędkości pociągu pospiesznego. Średnia prędkość pociągu ekspresowego na tej trasie w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ jest równa:

- A. 96 B. 80 C. 60 D. 76



Przykładowe zadania II

Zadanie 1

Dana jest funkcja $f(x) = \log_x \frac{x^2 - 9x + 14}{x^2 - 4}$. Wyznacz najmniejszą liczbę całkowitą należącą do dziedziny tej funkcji:

- A. -1 B. 3 C. 7 D. 8

Zadanie 2

Znajdź liczbę, 30% której jest równe sumie największego wspólnego dzielnika i najmniejszej wspólnej wielokrotności liczb 60, 48, 45.

- A. 2880 B. 720 C. 2410 D. 216,9

Zadanie 3

Ile jest liczb naturalnych siedmiocyfrowych, których suma cyfr jest równa 4?

- A. 78 B. 84 C. 72 D. 69

Zadanie 4

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których dziedziną funkcji

$$f(x) = \log[(m^2 + m - 6)x^2 + (m - 2)x + 1]$$
 jest zbiór liczb rzeczywistych

- A. $m \in (-\infty, -\frac{28}{3}) \cup (4, +\infty)$ B. $(-\frac{28}{3}, 4)$
C. $m \in (-\infty, -\frac{14}{3}) \cup [2, +\infty)$ D. $m \in (-\infty, -\frac{14}{3}) \cup (2, +\infty)$

Zadanie 5

Suma trzech początkowych wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego wynosi 6, a suma S wszystkich wyrazów tego ciągu równa się $\frac{16}{3}$. Wyznacz najmniejsze naturalne n dla którego spełniona jest nierówność $|S - S_n| < \frac{1}{96}$

- A. 8 B. 6 C. 1 D. 10

Zadanie 6

Rowerzysta w każdą minutę przejeżdża o 500 m mniej niż motocyklista, dlatego na trasę 120 km potrzebuje o 2 godziny więcej niż motocyklista. Oblicz stosunek prędkości motocyklisty do prędkości rowerzysty.

- A. 3:2 B. 2:1 C. 3:1 D. 4:1



Zadanie 7

Pierwiastki równania

$$x^3 - 6x^2 + 3x + a = 0$$

dla pewnej wartości parametru a tworzą ciąg arytmetyczny. Znajdź wartość parametru a

- A. 10 B. 9 C. 1 D. 15

Zadanie 8

W trójkącie równoramiennym wysokość opuszczona na podstawę wynosi 5 cm, a wysokość opuszczona na bok wynosi 6 cm. Oblicz pole trójkąta.

- A. 7,5 B. 22,5 C. 18,75 D. 12

Zadanie 9

Zaznacz środek przedziału rozwiązania nierówności

$$2x + 1 < \frac{y^2 + 3}{2x - 3}, \quad \text{jeżeli} \quad y = (8x - 14)^{0,5}.$$

- A. 1,375 B. 1,875 C. 1,5 D. 1,25

Zadanie 10

W trapezie $ABCD$ stosunek długości podstaw AD i BC wynosi 5: 1, a jego pole wynosi 32 cm^2 . Punkty M i N są środkami boków AB i CD odpowiednio i są połączone z końcami przeciwległego boku, przy czym odcinki AN i DM przecinają się w punkcie K , a odcinki BN i CM w punkcie E . Oblicz pole czworokąta $MENK$.

- A. 16 cm^2 B. 8 cm^2 C. 12 cm^2 D. 9 cm^2

Zadanie 11

Zaznacz największe rozwiązanie

$$\left(\sqrt{2 - \sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2 + \sqrt{3}}\right)^x = 4.$$

- A. 1 B. 0 C. -1 D. 2

Zadanie 12

Zaznacz sumę rozwiązań

$$x^2 \cdot 4^{\sqrt{2-x}} + 4^{2-x} = 4^{\sqrt{2-x}+2} + x^2 \cdot 2^{-2x}$$

- A. 0 B. -1 C. -5 D. -6

Zadanie 13

Przez wierzchołek stożka poprowadzono przekrój pod kątem 30° do wysokości stożka. Obliczyć pole przekroju, jeśli wysokość stożka wynosi $3\sqrt{3} \text{ cm}$, a promień podstawy wynosi 5 cm.

- A. $24\sqrt{2}$ B. $24\sqrt{3}$ C. 24 D. 48



Zadanie 14

Podwojona wartość podanej liczby $2\binom{33}{1} + 2\binom{33}{2} + 2\binom{33}{3} + \dots + 2\binom{33}{16}$ jest równa

- A. $2^{33} - 2$ B. $2^{34} - 4$ C. 2^{33} D. $2^{34} - 2$

Zadanie 15

Wartość parametru k , dla którego suma kwadratów odwrotności różnych pierwiastków x_1, x_2 równania $x^2 - 2\sqrt{2}x + k^2 + 1 = 0$ ma ekstremum wynosi:

- A. $\sqrt{7}$ B. $-\sqrt{7}$ C. 0 D. 6